

1 数値に関する命令

▶小数と分数-

ふつう電卓などの割り算の計算 1÷3 は, 0.33333333 ...... などと数値表現され ることが多いのですが, *Mathematica* では,

 $\frac{1 \div 3}{3}$ 

のように分数で返されます(÷は, Esc div Esc で入力, またはファイルメ ニューのパレットから BasicInput (基礎的な入力)を選択し, パレットから も入力できます)(図1.1)。

また,分数の入力は, Ctrl + / (「Ctrl + /」は, Ctrl キーを 押しながら, / キーを押すことを意味します)で可能です。では,分数ではな く数値を得るにはどうすればよいのでしょうか。*Mathematica*には,数値を得る関 数が用意されています。

関数 N(数値表現)は,桁数の指定も可能です。例えば,πを 100 桁表示させて みましょう。

```
N[Pi, 100]
3.141592653589793238462643383279502884197169399
3751058209749445923078164062862089986280348253
42117068
```

次に,逆の操作を説明しましょう。例えば,1.23456を分数で表してみます。





ほかに,整数部分だけを取り出す関数などがあります。

IntegerPart[Pi]	
3	

▶円周率と自然対数の底-

3125

円周率は, Piまたはπという形で用意されています。Piを利用する場合は,必ず最初の文字 Pは大文字にしてください。πは,先ほどの BasicInputパレット





からも入力可能ですが, Esc pi Esc または Esc p Esc で入力できます。

**N[π]** 3.14159

自然対数の底の場合は, Eまたは Cで入力します。Pi のときと同様 E は大文字 で, C は Esc ee Esc で入力します。当然, Basic Input パレットからの入 力も可能です。

N[E]		
2.71828		
N[@]		
2.71828		

# ▶偶数・奇数-

偶数や奇数を判断するには, EvenQや OddQという関数を使います。これは,偶数・奇数によって処理を分けるときに便利な関数です。

偶数をチェックするには,次のように入力します。

**EvenQ[3]** False

奇数をチェックするには,次のように入力します。

OddQ[3]			
True			



▶素数-

BASIC などで素数を探すには,若干のプログラミングを必要としますが, Mathematica では,素数に関してn番目の素数を見つける Prime や,素数か否かを答える PrimeQが用意されています。さて, Prime は次のように使います。例えば, 10番目の素数を求めるには,

**Prime[10]** 29

とします。また,ある数字が素数かどうか調べるには,PrimeQを使います。

PrimeQ[123]
False

次のように Map(または/@, p.40を参照)と Range(p.34を参照)を上手に使うと,素数を10個取り出すということなども簡単にできます。

Prime /@ Range [10]
{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29}

それでは,10番目から100番目の素数を取り出してみましょう。

5

1.1

数値に関する命令

```
Prime /@ Range [10, 100]
```

{29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541}

# ▶ 素因数分解-

素因数分解は,FactorIntegerを使います。それでは,20を素因数分解して みましょう。

FactorInteger[20]
{{2, 2}, {5, 1}}

計算の結果  $\{\{2,2\},\{5,1\}\}$ は, $2^2 \times 5^1$ を表しています。

#### ▶約数・倍数-

約数を求めるには,Divisorsという関数を使います。例えば,6の約数を求めてみましょう。

Divisors[6]

そのほかにも,最大公約数や最小公倍数を求める関数が用意されています。例 えば,42と30と12の最大公約数は,GCDを使って求めます。



GCD[42, 30, 12]

6

2226

次に「2,53,21」の最小公倍数を求めてみましょう。最小公倍数は,LCMを使って,

LCM[2, 53, 21]

となります。

# ▶乱数-

確率などのシミュレーションを行うときに便利な,乱数の発生方法について説明しましょう。乱数の発生には,Randomという関数を使います。

Random[]

0.270094

ここで注意したいことは, BASIC などでは時間などを利用して乱数を発生させていましたが, *Mathematica* ではその必要がありません。また,同系列の乱数を発生させるためには, SeedRandomを使います。

SeedRandom[4];
Random[]
0.672212
Random[]
0.381237



```
第1章 Mathematica の基礎
```

SeedRandom[4];
Random[]
0.672212
Random[]
0.381237

同系列の乱数を発生させることができました。

さて,もう少し詳しく Random をみることにしましょう。-10 から 10 までの 間の整数の乱数を発生させたいときには,

```
Random[Integer, {-10, 10}]
10
```

また,-1から1の間の実数の乱数を発生させるには,

```
Random[Real, {-1, 1}]
0.328031
```

のようにします。また,以下のように複素数の乱数も可能です。

```
Random[Complex, {0, 1 + i}]
0.669248 + 0.156987 i
```

ここで, 虚数単位<sup>1</sup>は Esc ii Esc で入力可能です。当然のことながら, BasicInput パレットからも可能です。虚数単位の出力結果が Iになっていますが, <sup>1</sup>と同じ意味です。



# ▶桁数字の操作 -

数値の各桁を取り出す関数を紹介しましょう。まず、「523」から、「5」、「2」、「3」 を取り出してみましょう。整数値から各桁の数を得るには、IntegerDigitsを 使います。

```
IntegerDigits[523]
{5, 2, 3}
```

では、実数の場合はどうすればよいでしょうか?。先に説明した IntegerPart という関数を使って、 $\pi$ の値から 10 桁分を取り出してみましょう。まず、 $\pi を 10^9$ 倍してから IntegerPartを使って整数化します。その後、IntegerDigits を 施します。

```
IntegerDigits[IntegerPart[10^9 \pi]]
```

```
\{3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3\}
```

上記の通り π の値の 10 桁を得ることができました。このように工夫してもよ いのですが,実は RealDigitsという関数が用意されています。

```
RealDigits [N[π, 10], 10, 10]
{{3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 4}, 1}
```

上の結果と表示が少し違ってしまいました。これは,ご想像のとおり四捨五入 による誤差です(Ver 4.0からは修正されています)。そこで,一桁多めにとっ ておくと同じ結果となります。

```
RealDigits [N[π, 11], 10, 10] {{3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3}, 1}
```

次に,数字のリストからもとの数値に戻す逆の操作を説明しましょう。数値の



1.数値に関する命令

#### 第1章 Mathematica の基礎

リストから数値を作るには, FromDigits という関数を使います。

FromDigits[{5, 2, 3}]

523

## ▶進法の変換-

今まで,10進数で考えてきましたが,2進数でも同様に操作することが可能で す。例えば,10!を2進数で表現し,それをバラバラにしてみましょう。まず,10! を BaseFormを使って2進数で表現すると,

```
BaseForm[10!, 2]
```

となります。IntegerDigitsを使って、2進数の各桁を取り出すことも可能です。

```
IntegerDigits[10!, 2]
{1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0}
```

2番目の引数で基数を指定しています。また,2進数表現された数値リストから 10進数の数値へ変換するには,FromDigitsを用いて,

```
FromDigits[{1, 0, 0, 1}, 2]
9
```

とします。実数についても同じように入力します。



RealDigits[N[π, 21], 10, 20]
{{3, 1, 4, 1, 5, 9, 2,
 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3, 2, 3, 8, 4},
1}

2番目の引数が基数を表し、3番目の引数が桁数を表しています。

1.1数値に関する命令



# 2 グラフの描画

BASIC などでグラフを描くにはプログラムを組まなくてはなりません。*Mathematica* では, グラフを描くために Plotという関数が用意されています。

# ▶ グラフを描く-

中学校では,一次関数と原点を通る二次関数を学習し,高校では,そこに,三 角関数,指数関数,対数関数が加わり,その平行移動を考えるようになります。 *Mathematica* でそれらのグラフを描かせてみましょう。例えば, $y = 2x^2$ のグラ フは,



となります (" $x^2$ "はパレット BasicInput から入力できます。また,指数は Ctrl + 6 または Ctrl + ^ で入力できます)。さて,次の  $y = x^2$ のグラフを見て ください。グラフの開き具合が上のグラフと同じになってしまいました。





そこで,次のように AspectRatio -> Automaticというオプションを付け加 えてみましょう。



思い通りにグラフを描くことができました。では次に,別々に描かれた2つの グラフを重ねてみましょう。







%は,直前の出力結果を,%%は,2つ前の出力結果を表します。また,「%5」と 記述すれば,Out[5]の結果を表します。

同時に 2 つのグラフを重ねて表示させたいときには,通常は次のように, $x^2$ のところを  $\{x^2, 2x^2\}$  と  $\{\}$ で描きたいグラフの式をくくります。当然,3つでも 4 つでも可能です。では,実際に入力してみます。



一度に描くことができました。でも, グラフが多くなると見にくくなります。 そこで, グラフを破線 (点線)や鎖線にしたり, 色をつけたりしてみましょう。そ れには PlotStyleを使います。



という指定になります。オプションの中身については, RGBColor[ r,g,b ]:色指定r,g,b はそれぞれ,0~1の値 Thickness [ t ]:線の太さを指定tは,0~1の値 Dashing [{a,b,...}]:点線の指定a,b はそれぞれ,0~1の値 を表しています。

# ▶ グラフを並べて描く-

次に,グラフを重ねるのではなく,2つのグラフを横に並べて比較してみましょう。GraphicsArrayという関数を使います。









▶ アニメーション ー

二次関数のグラフの平行移動や三角関数の平行移動などを観察するとき,アニ メーションで連続的に動きを見るとわかりやすくなります。例えば, $y = \sin x$ の グラフを x 軸方向に平行移動させて, $y = \cos x$ のグラフと重なる様子を観察し たいときには,次のように入力します。すると,複数のグラフが表示されます。

```
Table[Plot[{Sin[x - t], Cos[x]}, {x, 0, 2π},
AspectRatio -> Automatic,
PlotStyle -> {
    {RGBColor[1, 0, 0],
        Thickness[0.015],
        Dashing[{0.02, 0.02}]},
    {RGBColor[0, 0, 1],
        Thickness[0.01],
        Dashing[{0.01, 0.02, 0.1, 0.02}]}}],
    {t, 0, 2π, 0.1}];
```

描かれたグラフの一つをダブルクリックすると,グラフが動き始めるはずです(こ こで使った関数 Table については, p.34 で説明します)。



次に, グラフを描き終えると自動的にグラフをアニメートする方法も紹介して おきましょう。



というパッケージを使います(パッケージは,上記のように入力して数式と同様 に実行すると,Out[\*\*]は表示されませんが,パッケージが適用された状態にな ります)。Animateという関数を使って,次のように入力します。



上図のように自動的にアニメートされます。区間によって関数を変えてグラフ を描くには p.123 の Which を参照してください。

▶3次元のグラフ-

中学や高校では直接3次元のグラフを扱うことはありませんが, Mathematica で

19

1.2

グラフの描画



は簡単に描くことができます。



グラフを見る位置を変えることも可能です。では,視点を変えてみましょう。



視点を変えるには, ViewPint -> {-2,1,1.5}のように,見る位置の座標を 与えます。また,座標で与えるのではなく,単にグラフを別の角度から見たいだ けであれば,図1.2のように入力メニューから 3D ビューポイントの設定を選びま す。ダイアログボックス内の座標系を直交座標にし,座標軸をマウスでドラッグ して好きな角度にしてペーストボタンを押せば, ViewPoint が挿入されます。





次に, グラフの網目をとって, もう少し滑らかに描いてみましょう。網目を とるには Mesh -> Falseというオプションを指定し, 滑らかにするためには PlotPoints -> 40というオプションを指定します。PlotPointsの値を40よ り大きくすればさらに滑らかになりますが, グラフを表示するための時間とメモ リをより多く必要とします。



また,Ver 4.0から,マウスで視点を変えることができるようになっています。 例えば,RealTIme3Dというパッケージを読み込みます。

<< RealTime3D'

Plot3D を使って,3次元のグラフを表示します。



グラフをクリックして,マウスの左ボタンを押しながらポインタを動かしてく



ださい。それにともなって, グラフが回転するはずです。また, Ctrl キーとマ ウスの左ボタンを押しながらマウスを動かすと, 拡大・縮小できます。 注意:RealTime3D パッケージを読み込んだ後の 3D グラフは, 印刷できないの で注意が必要です。デフォルトの 3D パッケージに戻すには, Defaule3D という パッケージを読み込みます。

<< Default3D`

▶媒介変数表示のグラフー

媒介変数表示された曲線の方程式をグラフにしてみましょう。まず,お馴染みの円のグラフを描いてみましょう。中心が原点で半径1の円は,

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$$

と表されます。円の表示には ParametricPlotという関数を使います。



これは,円の方程式のはずですが,楕円になってしまいます。Plotのときと同様に,AspectRatio -> Automaticをオプションとして付け加えてください。

23

1.2

グラフの描画





円になりました。では、いろいろなグラフを描いてみましょう。Plot のときと 同様引数を  $\{\{x_1(t), y_1(t)\}, \{x_2(t), y_2(t)\}\}$ のように与えると、複数のグラフを描 くことができます。色の付け方も Plot のときと同様 PlotStyle を利用します。





グラフを描くことができます。けれども,できれば $x^2 + 3y^2 = 3$ を与えて,グラフを描いてもらいたいものです。ImplicitPlotというパッケージを使えば可能です。

<< Graphics `ImplicitPlot`

では, $x^2 + 3y^2 = 3$ というグラフを描いてみましょう。



# ▶3次元のグラフー

媒介変数表示された3次元の曲線や曲面の方程式のグラフも,中学校や高校で 直接扱うことはありませんが,簡単に描くことができるので,いくつか例を挙げ ておくことにします。





プロットする点を  $\{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$ で与えると、プロットする座標は、(1, 0.1), (2, 0.2), (3, 0.3), (4, 0.4), (5, 0.5)となります。当然、(x, y)の座標で与えることもできます。次の例は、(0, 0), (1, 2), (2, 2), (3, 4)という座標を与えた場合です。



# 3 リストの操作

Append-

リストに要素を付け加えるには, Appendを使います。

lst = {a, b, c};
Append[lst, d]
{a, b, c, d}

Append を実行しても,lstの内容は変更されません。つまり,lstに「d」を Append しても

```
lst
{a, b, c}
```

のように ,  $\{a, b, c, d\}$  とはなりません。1st の内容を  $\{a, b, c\}$  から ,  $\{a, b, c, d\}$ に変更するには , AppendToを使います。

**AppendTo[lst, d]**{a, b, c, d} **lst**{a, b, c, d}

Sort -

Sortにリストだけを与えると,数値の場合は昇順,文字列の場合は辞書順にリ ストを並べ替えます(ただし,現在のところ日本語は正しく処理できません)。



```
Sort[{3, 2, 6, 4, 7, 1}]
{1, 2, 3, 4, 6, 7}
Sort[{b, a, d, z, ab, ca, acb}]
{a, ab, acb, b, ca, d, z}
```

Sort にはオプションを指定することができます。降順指定には Greaterを用い,次のように表現することができます。

```
Sort[{3, 2, 6, 4, 7, 1}, Greater]
{7, 6, 4, 3, 2, 1}
```

昇順指定には Lessを用います。

```
Sort[{3, 2, 6, 4, 7, 1}, Less]
{1, 2, 3, 4, 6, 7}
```

#### Flatten -

Flattenはリストの階層を変えたいときに用います。例えば、 $\{\{a, b\}, \{c, d\}, \{\{e\}\}\}$ のように  $\{\}$  が二重や三重になっている場合,内側の  $\{\}$  をすべて取るには,

```
Flatten[{a, b}, {c, d}, {e}]]
```

{a, b, c, d, e}

とします。また,1階層だけ {} をはずすには,

Flatten[{{a, b}, {c, d}, {{e}}}, 1]
{a, b, c, d, {e}}



1.3



のように2番目の引数に階層数を指定します。

Take -

Takeは、リストの先頭から指定された個数だけ要素を取り出すときに使います。

**Take[{a, b, c, d}, 3]** {a, b, c}

リストの末尾から順番に要素を取り出したい場合には,指定する個数に"-"を つけて実行します。

```
Take[{a, b, c, d}, -2]
{c, d}
```

Select-

Selectは,リストの中から型(パターン:p.38 参照)の一致した要素を取り出 すときに使います。例えば,与えられたリストの中から偶数だけを取り出すには, 次のように入力します。

```
Select[{a, 23, 12, 0, 3.5}, EvenQ]
```

 $\{12, 0\}$ 

Drop -

Dropは,リストの先頭から指定された個数だけ要素を取り除くときに使います。

Drop[{a, b, c, d}, 2] {c, d}

Take 同様, リストの末尾から指定された個数分だけ要素を取り除くには, 指定する個数に"-"をつけます。

1・<sup>3</sup> リストの操作

### Delete-

{a, b}

Deleteは,リストの中から指定された場所の要素を取り除くときに使います。 最初から2番目の要素を削除するには,次のように入力します。

Delete[{a, b, c, d}, 2]
{a, c, d}

 $Drop[{a, b, c, d}, -2]$ 

最後から2番目の要素を削除するには,次のように入力します。

```
Delete[{a, b, c, d}, -2]
{a, b, d}
```

First —

関数 First は, リストから先頭の要素を取り出します。

First[{a, b, c, d}]
a

Last

関数 Last は, リストから末尾の要素を取り出します。



第1章 Mathematica の基礎

Last[{a, b, c, d}]
d

MemberQ -

リストに,ある要素が含まれているかどうかを調べるときに用います。例えば, リスト  $\{a, b, c, d\}$ の中にaが含まれているかどうかを調べるには,次のように入力します。

```
MemberQ[{a, b, c, d}, a]
True
```

また,  $\{a, b, c, d\}$  の中にリスト形式の  $\{a\}$  が含まれているかどうかを調べるには,次のように入力します。

```
MemberQ[{a, b, c, d}, {a}]
False
```

## Position -

指定した文字や数値,パターン(p.38を参照)が,リストのどの位置に存在す るかどうかを知りたいときに Positionを用います。例えば,「a」がリストの何 番目の位置にあるかを調べるには,次のように入力します。

Position[{a, b, a, c, d}, a]
{{1}, {3}}

また,「 」のような型のものに対しては,"\_"(アンダーバー)を用いて,"\_^\_" や"\_-"を使って,次のように指定することも可能です。



# Position[{x, x<sup>2</sup>, a<sup>5</sup>, y}, \_^\_]

 $\{\{2\}, \{3\}\}$ 

1.3 リストの操作

第1章 Mathematica の基礎

4 繰り返し

Table-

繰り返しの操作といえば, For, Do, While などを思い浮かべますが, 操作の 結果がリスト形式で返されるので, *Mathematica* では Tableがよく使われるよう です。Table[操作, {カウンタ, 初期値, 終了値}]の形で使います。

```
Table[n, {n, 1, 10}]
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
```

カウントのステップを変えることも可能です。次の例は,ステップを2に設定した例です。

```
Table[n, {n, 1, 10, 2}]
{1, 3, 5, 7, 9}
```

この例では単なる数値の生成に Table を使いましたが,数値のリストを生成するときには,Rangeがよく使われます。

Range[10, 20, 3] {10, 13, 16, 19}

Table を使った一連の操作を繰り返す例もあげておきましょう。



```
l = {};
Table[AppendTo[1, Prime[n]];
Print[1];
, {n, 1, 5}];
{2}
{2, 3}
{2, 3, 5}
{2, 3, 5, 7}
{2, 3, 5, 7, 11}
```

1・4 繰り返し

### For-

Table と同様,繰り返す回数がわかっているときにもっとも使われるのが,このForだと思います。

```
For[i = 1, i < 5, Print[i]; i++]
1
2
3
4</pre>
```

Table と同じ出力を得るには, Print[ i ]の部分にリストの操作を記述します。